Тема: Розв’язування задач за допомогою лінійних рівнянь. Рівняння як математична модель задачі

Ми вже розглядали приклади функціональних залежностей між величинами як математичні моделі реальних процесів. Тепер розглянемо текстові задачі, математичними моделями яких є лінійні рівняння та рівняння, які зводяться до лінійних.

Розв’язувати задачу за допомогою рівняння слід у такій послідовності:

1) позначити змінною одну з невідомих величин;

2) інші невідомі величини (якщо вони є) виразити через введену змінну:

3) за умовою задачі встановити співвідношення між невідомими та відомими значеннями величин і скласти рівняння;

4) розв’язати одержане рівняння;

5) проаналізувати розв’язки рівняння і знайти невідому величину, а за потреби і значення інших невідомих величин;

6) записати відповідь до задачі.

Розглянемо декілька задач та розв’яжемо їх за допомогою лінійного рівняння.

Задача 1. На свій день народження сестрички-близнючки Наталя й Олена отримали разом 127 вітальних SMS-повідомлень, причому Наталя отримала на 13 повідомлень більше, ніж Олена. По скільки SMS-повідомлень на свій день народження отримала кожна із сестричок?

Розв’язання. Нехай Олена отримала х повідомлень, тоді Наталя – (х + 13). А обидві разом – (х + х + 13) повідомлень, що за умовою дорівнює 127.

Маємо рівняння: х + х + 13 = 127. Звідки х = 57.

Отже, Олена отримала 57 повідомлень,

57 + 13 = 70 (повід.) – отримала Наталя.

В і д п о в і д ь: 70 повідомлень; 57 повідомлень.

Задача 2. Максимально можлива сума кредиту обчислюється банком за формулою:

S =  ∙ n

Де S – сума кредиту, С – середньомісячна зарплата позичальника. Для кредиту терміном один рік вважають, що n = 9, терміном два роки – n = 21, терміном три роки – n = 33. Якою має бути найменша середньомісячна зарплата позичальника, щоб банк падав йому кредит у сумі 30 000 грн на:

1) 1 рік;

2) 2 роки;

3) 3 роки?

Р о з в ‘ я з а н н я. За умовою S = 30 000 грн. Нехай найменша середньомісячна зарплата позичальника дорівнює х грн.

1) Маємо рівняння: 30 000 =  ∙ 9; звідки х = 10 000.

Отже, середньомісячна зарплата позичальника має бути не меншою за 10 000 грн.

2) Маємо рівняння: 30 000 =  ∙ 21; звідки х ≈ 4285,7.

Отже, середньомісячна зарплата має бути не меншою за 4286 грн.

3) Маємо рівняння: 30 000 =  ∙ 33; звідки х ≈ 2727,3.

Отже, якщо позичальник хоче отримати кредит на три роки, то його середньомісячна зарплата має бути не меншою за 2728 грн.

В і д п о в і д ь: 1) 10 000 грн; 2) 4286 грн; 3) 2728 грн.

Задача 3. З міста А до міста В. відстань між якими 310 км, виїхав вантажний автомобіль. Через 30 хв після цього з міста В до міста А виїхав легковий автомобіль, швидкість якого на 20 км/год більша за швидкість вантажного. Автомобілі зустрітися через 2 год після виїзду легкового автомобіля. Знайти швидкість кожного автомобіля.



Р о з в ‘ я з а н н я. Нехай швидкість вантажного автомобіля – х км/год. Умову задачі зручно подати у вигляді таблиці:



Оскільки автомобілі виїхали в протилежних напрямках і зустрілися, то разом вони проїхали 310 км.

Маємо рівняння: 2, 5х + 2(х + 20) = 310.

Розв’яжемо його: 2,5х + 2х + 40 = 310; 4,5 = 270;

Х = 60 (км/год) – швидкість вантажного автомобіля;

60 + 20 – 80 (км/год) – швидкість легкового автомобіля.

Відповідь: 60 км/год; 80 км/год.

Якого порядку слід дотримуватися, розв’язуючи задачу за допомогою рівняння?

892. Одне число на 20 більше за друге. Менше з них позначено через х. Виразіть через х більше із цих чисел.

893. Одне додатне число у 5 разів більше за друге. Менше з них позначено через х. Виразіть через х більше із цих чисел.

894. На одній клумбі росте х кущів троянд, а на другій – удвічі більше. Виразіть через х кількість кущів троянд, що росте на другій клумбі.

895. Відстань, що дорівнює х км, велосипедист долає за 5 год. Виразіть через х швидкість його руху.

896. Перше число позначили через х, а друге складає четвертину від першого. Виразіть друге число через х.

897. Перше число дорівнює х, а друге складає 70 % від першого. Виразіть через х друге число.

898. Сума довжин двох відрізків дорівнює 10 см. Довжина одного з інших см. Виразіть через х довжину другого відрізка.

899. Власна швидкість човна дорівнює 18 км/год, а швидкість течії – х км/год. Виразіть через х швидкість човна за течією і проти течії.

900. Загадали число. Якщо від нього відняти 7 і одержаний результат поділити на 9, то матимемо 12. Яке число загадали?

901. Знайдіть число, половина якого разом з його третиною дорівнює 40.

902. У двох цистернах разом 58 т пального, причому в першій на 4 т менше, ніж у другій. Скільки тонн пального в кожній цистерні?

903. В автопарку вантажних автомобілів у 6 разів більше, ніж легкових. Скільки легкових автомобілів в автопарку, якщо їх разом з вантажними 91?

904. Одне з двох додатних чисел утричі більше за друге. Знайдіть ці числа, якщо їх різниця дорівнює 28.

905. Бабусі разом з мамою 99 років. Скільки років кожній з них, якщо бабуся старша за маму на 25 років?

906. Сума двох чисел 360, а їх відношення дорівнює 5 : 7. Знайдіть ці числа.

907. Різниця двох чисел 42, а їх відношення дорівнює 7 : 4. Знайдіть ці числа.

908. Периметр трикутника дорівнює 20 дм. Дві його сторони рівні між собою і кожна з них на 1 дм більша за третю. Знайдіть сторони трикутника.

909. За два дні було продано 384 кг бананів, причому другого з дня продали  від того, що продали першого. Скільки кілограмів бананів продали в перший день і скільки – у другий?

910. Туристи за другий день подолали  від тієї відстані, яку подолали першого дня. Скільки кілометрів подолали туристи першого дня і скільки другого, якщо за перший день було подолано на 3 км більше, ніж за другий?

911. За пральну машину та її підключення заплатили 2940 грн. Вартість підключення становить 5 % від вартості машина. Скільки коштує пральна машина?

912. Бабуся ліпила вареники протягом двох годин. За другу годину вона виліпила на 5 % більше вареників, ніж за першу. Скільки вареників виготовила бабуся за першу годину і скільки за другу, якщо за другу годину вона виліпила на 3 вареники більше, ніж за першу?

913. За 2 год мотоцикліст долає таку саму відстань, що й велосипедист за 5 год. Швидкість мотоцикліста на 27 км/год більша за швидкість велосипедиста. Знайдіть швидкість кожного з них.

914. Ящик з апельсинами на 3 кг важчий, ніж ящик з лимонами. Яка маса кожного з них, якщо маса чотирьох ящиків з апельсинами така сама, як маса п’яти ящиків з лимонами?

915. З міста до села турист ішов зі швидкістю 4 км/год, а повертався назад зі швидкістю 3 км/год. На весь шлях він витратив 7 год. Знайдіть відстань від міста до села.

916. Периметр прямокутника дорівнює 36 см, причому одна з його сторін на 4 см більша за іншу. Знайдіть сторони прямокутника та його площу.

917. Під час літніх канікул Сергій прочитав удвічі більше оповідань, ніж Костя. Проте протягом вересня Костя встиг прочитати ще 24 оповідання, після чого виявилося, що хлопці прочитали однакову кількість оповідань. Скільки оповідань прочитав кожен із хлопців до початку навчального року?

918. У Марійки було утричі більше грошей, ніж в Олі. Після того як Марійка витратила 18 грн, грошей у дівчат стало порівну. Скільки грошей мала кожна з дівчат спочатку?

919. Мережа кондитерських до річниці свого відкриття дарувала відвідувачам набори солодощів торгових марок “Добре”, “Солодко” та “Смачно”. Наприкінці святкування з’ясувалося, що наборів “Солодко” було подаровано на 12 більше, ніж наборів “Добре”, а наборів “Смачно” – на 31 більше, ніж “Солодко”. По скільки наборів кожної марки було подаровано, якщо відвідувачів було 430 і кожен з них отримав по одному набору?

920. Одна сторона трикутника на 9 см менша за другу і вдвічі менша за третю. Знайдіть сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 105 см.

921. Чи можна розкласти 68 банок консервів у три ящики так, щоб у другому було удвічі більше банок, ніж у першому, а в третьому – на 3 банки менше, ніж у першому?

922. Чи можна 90 книжок розмістити на трьох полицях так, щоб на третій було на 3 книжки більше, ніж на другій, і на 5 книжок менше, ніж на першій?

923. Батькові зараз – 38 років, а його синові – 10. Через скільки років батько буде утричі старший за сина?

924. На одній ділянці кущів агрусу втричі більше, ніж на другій. Якщо з першої ділянки пересадити 12 кущів на другу, то кущів агрусу на обох ділянках стане порівну. По скільки кущів агрусу росте на кожній ділянці?

925. У двох корпусах пансіонату проживала однакова кількість відпочивальників. У зв’язку з проведенням ремонту було вирішено переселити 24 відпочивальники з першого корпусу до другого, після чого кількість відпочивальників у першому корпусі стала в 4 рази меншою, ніж у другому. По скільки відпочивальників проживало в кожному корпусі до початку ремонтних робіт?

926. У двох мішках цукру було порівну. Після того як з першого мішка пересипали 8 кг до другого, у ньому стало вдвічі менше цукру, ніж у другому. По скільки кілограмів цукру було в кожному мішку спочатку?

927. На 33 гривні було придбано 24 зошити в лінійку і клітинку. Вартість зошита в лінійку – 1 грн 20 коп., а в клітинку – 1 грн 50 коп. По скільки зошитів кожного виду придбали?

928. Для копіювання відеозапису свята останнього дзвоника придбали 12 лазерних дисків двох видів: по 2,5 грн та по 3,25 грн за одиницю, усього на суму 33,75 грн. По скільки дисків кожного виду було придбано?

929. Старовинна грецька задача. У Піфагора запитали: “Скільки учнів навчається у твоїй школі?”. На що він відповів: “Половина всіх моїх учнів вивчає математику, чверть – музику, сьома частина мовчить, і, окрім того, є ще три жінки”. Скільки учнів навчалося в школі Піфагора?

930. Маса бідона з молоком становить 25 кг і ще половину його маси. Яка маса бідона з молоком?

931.  від одного числа дорівнює – від другого. Знайдіть ці числа, якщо їх сума дорівнює 66.

932. 60 % від одного числа дорівнюють 45 % від другого. Знайдіть ці числа, якщо їх сума дорівнює 210.

933. Човен витратив на шлях за течією 2,5 год, а проти течії 3,6 год. Відстань, яку проплив човен за течією, виявилася на 7,6 км меншою, ніж відстань, яку він проплив проти течії. Знайдіть власну швидкість човна, якщо швидкість течії дорівнює 2 км/год.

934. Катер за течією річки плив 1,6 год, а проти течії – 2,5 год. Відстань, яку подолав катер проти течії, виявилася па 6,2 км більшою, ніж відстань, яку подолав катер за течією. Знайдіть швидкість течії, якщо власна швидкість катера дорівнює 16 км/год.

935. З пункту А до пункту В зі швидкістю 12 км/год виїхав велосипедист. Через 3 год з пункту В до пункту А виїхав мотоцикліст зі швидкістю 45 км/год. Скільки годин до зустрічі з мотоциклістом їхав велосипедист, якщо відстань від А до В становить 235,5 км? На якій відстані від пункту А відбулася їх зустріч?

936. З котеджного містечка в напрямку залізничної станції зі швидкістю 14 км/год виїхав велосипедист, а через 2 год після нього звідти ж, але в протилежному напрямку зі швидкістю 4 км/год вийшов пішохід. Через скільки годин після свого виходу пішохід буде на відстані 73 км від велосипедиста? На якій відстані від котеджного містечка в цей час він знаходитиметься?

937. Один кавун на 5 кг легший за другий і утричі легший за третій. Перший і третій кавуни разом удвічі важчі за другий. Знайдіть масу кожного кавуна.

938. Під час підготовки до олімпіади з математики Іван розв’язав на 3 задачі менше, ніж Оксана, і у 2 рази менше, ніж Сергій. При цьому Іван і Сергій разом розв’язали у 2,1 рази більше задач, ніж Оксана. Яку кількість задач розв’язав кожен з учнів, готуючись до олімпіади?

Вправи для повторення

939. Обчисліть:

1) – 3  ∙ 3  ;

2) – 3  ∙ (- 1 );

3) 5  ∙ (- 1 );

4) 2  : 1  ;

5) – 2  : (- 31 );

6) : (- 14).

940. Скільки відсотків складає:

1) число 7 від числа 28;

2) число 2,7 від числа 3  ?

941. Поясніть, чому не мають розв’язків рівняння:

1) х + 8 = х;

2) у – 2 = у + 3;

3) 0 . х = 15;

4) 7 – m = 2 – m;

5) 0 : х = 13;

6) 3(х + 1) = 3x.

942. Знайдіть усі значення а, при яких рівняння ах = -8 має:

1) додатний корінь;

2) від’ємний корінь.

943. Чоловік, дружина та двоє їх дітей мають переправитися за допомогою човна на протилежний берег річки. Маса чоловіка – 80 кг, його дружини – 60 кг, дітей – по 40 кг. Як їм скористатися човном, якщо він витримує масу до 80 кг і кожен у цій сім’ї вміє веслувати.