Тема. Повторення навчального матеріалу.

Паралельне проектування та його властивості. Зображення просторових фігур на площині

Для зображення просторових фігур у стереометрії користуються па­ралельним проектуванням. Пригадаємо, що це таке.

Нехай дано довільну площину альфа, точку А (рис. 83) і пряму h, яке перетинає цю площину. Проведемо через точку А пряму, яка паралель­на h, вона перетинає дану площину у деякій точці А1. Знайдену таким способом точку А; називають паралельною проекцією точки А на площину? у напря­мі h. Пряму h називають проектуючою пря­мою, площину? – площиною проекцій.



Щоб побудувати проекцію будь-якої фігу­ри, треба спроектувати на площину проекції кожну точку даної фігури (рис. 84). Наведемо деякі властивості паралельного проектування.



Теорема.

Якщо відрізки, які проектуються, не паралельні проектуючій прямій, то при паралельному проектуванні:

1) відрізки зображаються відрізками;

2) паралельні відрізки зображаються паралельними відрізками або відрізками однієї прямої;

3) відношення довжин паралельних відрізків і відрізків однієї прямої зберігається.

1) Усі прямі, що проектують точки від­різка АВ, лежать в одній площині?, яка перетинає площину? по прямій А1В1 (рис. 85). Отже, проекцією відріз­ка є відрізок, причому довільна точка С відрізка АВ зображається точкою С1 відрізка А1В1.



2) Нехай відрізки АВ і CD, які проектуються, паралельні. Усі пря­мі, що їх перетинають і паралельні h, заповнюють або частини од­нієї площини (рис. 86), або паралельних площин (рис. 87).





Ці частини площин перетинають площину а відповідно або по від­різках однієї прямої, або по паралельних відрізках А1В1 і С1D1.

3) Якщо відрізки АВ і СВ, які проектують, розміщені на одній прямій (див. рис. 85), то за теоремою про пропорційні відрізки має­мо: А1С1 : С1B1 = АС : СВ.

Якщо відрізки АВ і CD паралельні, а їх проекції А1B1 і С1D1 лежать на одній прямій (див, рис. 86), то АВВ2A2 – паралелограм. У цьому випадку A1B1 : C1D1 = A2B2 : CD = AB : CD. Нарешті, якщо проекції А1В1 і С1D1 даних відрізків АВ і CD не лежать на одній прямій (див. рис. 87), то побудуємо паралелограм CDKB. Його проекція – паралелограм СDKВ. Отже, маємо: А1В1 : C1D1 = А1В1 : В1К1 = АВ : ВК = АВ : CD.

Виконання вправ

1. При якому положенні відрізка відносно площини проекції його проекція: а) дорівнює самому відрізку; б) є точка?

2. Відрізок проектується паралельно на площину. Як проектується се­редина відрізка на цю площину?

3. Чи може проекція відрізка бути більше відрізка, який проектують?

4. Чи можуть непаралельні прямі проектуватися в паралельні прямі? Наведіть приклади.

5. Як розташовані точки А і В відносно площини CDD1C1 (рис. 88)?

6. Площина фігури не паралельна напряму проектування. В яку фігу­ру проектується: а) трикутник; б) паралелограм?



Розглянуті властивості паралельного проектування дають змогу на­очно зображати просторові фігури на площині.

Зображенням фігури називається будь-яка фігура, подібна до пара­лельної проекції даної фігури на деяку площину.

Запитання:

1) Як виконується паралельне проектування?

2) Що називається паралельною проекцією точки; фігури?

3) Що є паралельною проекцією прямої; двох паралельних прямих?

4) Чи зберігається при паралельному проектуванні довжина відрізків; величина кутів?

5) В якому випадку відношення довжин проекцій відрізків дорівнює відношенню довжин відрізків, які проектують?

6) Відрізок А1B1 – паралельна проекція відрізка АВ на площину? (рис. 89). Точка С лежить на відрізку АВ. Укажіть, які з наведених тверджень правильні, а які – неправильні:

А) проекція точки С на площину? не належить відрізку А1B1;

Б) відрізки АВ і А1В1 не лежать в одній площині;

В) якщо AC : BC = 2 : 3, то А1C1 : С1В1 = 2 : 3;

Г) якщо АС = СВ, то А1С1 = 2С1В1;

Д) якщо АС = 3 см, АВ =12 см, то А1С1 : А1В1 =1: 4.



Дом.завдання:

1) Точка О лежить між паралельними площинами? і?.

Прямі а і b, які проходять через точку О, перетинають площину а в точках A1 і B1, а площину? – в точках А2 і B2 відповідно. Знайдіть OB1, якщо А10 : А1А2 = 1 : 3, B1B2 = 15 см. (6 балів)

2) У кубі ABCDA1B1C1D1 побудуйте переріз площиною, яка проходить через точки А, В, К, де точка К – середина ребра СС1. Знайдіть периметр перерізу, якщо ребро куба дорівнює 2 см. (6 балів)

3) Паралельні площини? і? перетинають сторони кута АВС в точках А1, С1 і А2, С2 відповідно. Знайдіть ВС1, якщо А1В : А1А2 = 1:3, ВС2 = 12 см. (6 балів)

4) Побудуйте переріз куба ABCDA1B1C1D1 площиною, яка проходить через точки А, В, С1. Знайдіть периметр перерізу, якщо ребро куба дорівнює 2 см. (6 балів)

5) На паралельних площинах? і? вибрано по парі точок А1, А2 і В1, В2 відповідно так, що прямі A1B1 і А2В2 перетинаються в точ­ці О, яка лежить між площинами. Знайдіть ОА1, якщо А1В1 = 6 см, OB2 : ОА2 = 3. (6 балів)

6) Побудуйте переріз куба ABCDA1B1C1D1 площиною, яка проходить через точки А, М, N, де точки М і N – середини ребер ВВ1 і DD1 відповідно. Знайдіть периметр перерізу, якщо ребро куба дорівнює 2 см. (6 балів)

7) На паралельних площинах? і? вибрано по парі точок А1, A2 і В1, В2 відповідно так, що прямі А1В1 і A2B2 перетинаються в точці О, яка не лежить між площинами. Знайдіть ОА1, якщо А1В1 = 6 см, ОВ1 : ОА2 = 3. (6 балів)

8) Побудуйте переріз куба ABCDA1B1C1D1 площиною, яка проходить через точки А, С, М,. де точка М – середина ребра А1В1. Знайдіть периметр перерізу, якщо ребро куба дорівнює 2 см. (6 балів)

Відповідь. 1) 5 см; 2) См. 3) 3 см; 4) См.

5) 1,5 см; 6) 4См. 7) 3 см; 8) 3 + 2 см.